3. Feszítőfa, Kruskal

**Feszítőfa létezése:**

* Definíció: A feszítőfa olyan fa, mely a gráf összes csúcsát tartalmazza, és élei az eredeti gráf élei közül valók.
* Minden véges összefüggő G gráfnak létezik feszítőfája.
  + Bizonyítása: Hagyjunk el éleket, míg a gráf összefüggő marad. Mindaddig, amíg a gráf tartalmaz kört, el tudjuk hagyni a kör egy élét, mert ezáltal a gráf összefüggő marad. Végül egy körmenets összefüggő F részgráfját kapjuk G-nek, ami feszítőfa lesz.

**Minimális költségű feszítőfa:**

* Adott G(V,E) gráf és k: E->R+ költségfüggvény
* Költségfüggvény: 𝑘: 𝐸 → 𝑅+ minden élhez egy költséget rendel.
* A feszítőfa olyan fa, mely a gráf összes csúcsát tartalmazza, és élei az eredeti gráf élei közül valók.
* F az E minimális költségű feszítőfája, ha F élei feszítőfát definiálnak, és a feszítőfák közt F minimális költségű, azaz ha F’ is feszítőfa, akkor k(F)<=k(F’)

Kruskal algoritmus (mohó algoritmus):

* Segítségével megtalálhatjuk a gráf minimális költségű feszítőfáját.
* Input: G=(V,E) összefüggő gráf, és 𝑘: 𝐸 → 𝑅+ költségfüggvény.
* Output: A G gráf egy minimális költségű feszítőfa.
* Lépései:
  + 0. lépés: kiindulunk egy V csúcsú, élek nélküli gráfból
  + 1. lépés: berajzoljuk G legkisebb súlyú élét
  + 2. lépés: berajzolom G legkisebb súlyú élét, ami még nem hoz létre kört az új gráfban, ezt addig ismétlem, ameddig van izolált pont a gráfban, ha már nincs megkaptuk a min. költ. feszítőfát.
* Helyessége: